

高苑科技大學 96 學年度 電子工程 研究所碩士班入學考試試題卷

注意事項：1. 請作答於另附之空白答案紙上，否則不予計分，並註明題號

考試科目：專業科目 1

1. 一階線性常微分方程式 ODE $y' + \frac{xy^2}{x^2 - y - 1} = 0$ (10%)

(a) 請證明為正合方程式 (b) 求解此方程式

2. 試解二階 ODE $y'' + \lambda y = 0$ $0 \leq x \leq \pi$ 其邊界條件 $y(0) = 0$, $y(\pi) = 0$ 就 λ 詳細列舉其解 (10%)

3. 試求反拉式轉換 inverse Laplace transform $f(t)$ (15%)

(a) $f(t) = \frac{s+1}{s^2(s^2+1)}$ (b) $f(t) = \frac{e^{-s}}{s^2+1}$

4. (1) 求 $f(x, y, z) = 9(x^2 + y^2) - z^2 = 0$ 在 $(1, 0, 3)$ 之單位法向量 (15%)

(2) $\vec{F} = x^2 y \vec{i} + y^2 z \vec{j} + z^2 x \vec{k}$ 求 散度 $\nabla \cdot \vec{F}$

(3) $\vec{F} = xz \vec{i} - xy^2 z \vec{j} + yz \vec{k}$ 求旋度 $\nabla \times \vec{F}$

5. 求沿 $(2, -2, 3)$ 至 $(3, 1, 5)$ 之線積分 $I = \int_C 3x^2 dx + 2yz dy + y^2 dz$ 說明此線積分與路徑無關並求其值 (10%)

6. $f(t)$ 是一個週期 T 的週期函數以 Fourier 級數展開如下 (15%)

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{2n\pi}{T} t + b_n \sin \frac{2n\pi}{T} t \right)$$

(a) 寫出 Fourier 係數 a_0 , a_n , b_n , $n=1, 2, \dots$ 的表示方式

(b) 利用 (a) 求 $f(t) = |t|$, $-2 < t < 2$ $f(t+T) = f(t)$ and $T=4$ 之 Fourier 級數

7. 矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ 求 (1) A 之特徵值 λ_1 , λ_2 及特徵向量 v_1 , v_2 (2) A 之對角化矩陣 (diagonal matrix) $D = P^{-1}AP$ 其中 $P = [v_1 \ v_2]$ (15%)

8. 求 $(1-i)^{20}$ where $i = \sqrt{-1}$ (10%)